

FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES

Universidad Nacional de La Pampa

## RESOLUCIÓN Nº 95

SANTA ROSA, 15 de Abril de 2019.-

### VISTO:

El Expte. Nº 226/19, iniciado por el Dr. Cristian SCAROLA, s/eleva programa de la asignatura "ANÁLISIS MATEMÁTICO II" (Profesorado en Matemática – Plan 2015); y

### CONSIDERANDO:

Que el docente, a cargo de la cátedra "ANÁLISIS MATEMÁTICO II", que se dicta para la carrera Profesorado en Matemática, eleva programa de la citada asignatura para su aprobación a partir del ciclo lectivo 2019.

Que el mismo cuenta con el aval de la Lic. Marisa REID, docente de espacio curricular afín, y el de la Mesa de Carrera del Profesorado en Matemática.

Que en la sesión ordinaria del día 11 de abril de 2019, el Consejo Directivo aprobó por unanimidad, el despacho presentado por la Comisión de Enseñanza.

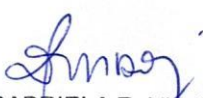
### POR ELLO:

### EL CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

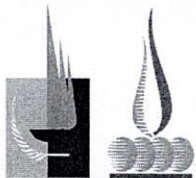
#### RESUELVE:

**ARTÍCULO 1º:** Aprobar el Programa de la asignatura "ANÁLISIS MATEMÁTICO II" correspondiente a la carrera Profesorado en Matemática (Plan 2015), a partir del ciclo lectivo 2019, que como Anexos I, II, III, IV, V, VI y VII forma parte de la presente Resolución.

**ARTÍCULO 2º:** Regístrese, comuníquese. Dése conocimiento a Secretaría Académica, a los Departamentos Alumnos, de Matemática, al Dr. Cristian SCAROLA y al CENUP. Cumplido, archívese.

  
GABRIELA R. VIDOZ  
Secretaría Consejo Directivo  
Facultad Cs. Exactas y Naturales

  
Mg. María Eva ASCHERI  
PRESIDENTE CONSEJO DIRECTIVO  
Fac. Cs. Exactas y Naturales  
Universidad Nacional de La Pampa



FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES

Universidad Nacional de La Pampa

## **CORRESPONDE AL ANEXO I DE LA RESOLUCIÓN N° 95/19**

### **ANEXO I**

**DEPARTAMENTO:** Departamento de Matemática.

**ACTIVIDAD CURRICULAR:** Análisis Matemático II.

**CARRERA-PLAN/ES:** Profesorado en Matemática. Plan 2015.

**CURSO:** Segundo Año.

**RÉGIMEN:** La actividad curricular es Cuatrimestral y corresponde al Primer Cuatrimestre del Segundo Año.

**CARGA HORARIA SEMANAL:** **Teóricos:** 4 horas semanales.  
**Prácticos:** 4 horas semanales.

**CARGA HORARIA TOTAL:** 8 horas semanales.

**CICLO LECTIVO:** 2019

#### **EQUIPO DOCENTE:**

Dr. Cristian SCAROLA: Profesor Adjunto Interino con Dedicación Exclusiva a cargo de Análisis Matemático II.

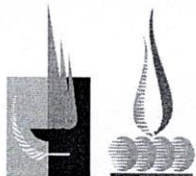
Lic. Laura WAGNER: Ayudante de Primera Interina con Dedicación Simple en Análisis Matemático II.

Lic. Lorenzo SIERRA: Ayudante de Primera Interino con Dedicación Simple en Análisis Matemático II.

#### **FUNDAMENTACIÓN:**

La asignatura es un curso sobre análisis matemático para varias variables. Se muestra de que manera conceptos como límite, continuidad, derivadas e integrales, aprendidos en cursos de análisis en una variable, se extienden a este nuevo contexto.

La asignatura otorga métodos para analizar la existencia de límites, la discontinuidad de funciones en partes de su dominio y el gráfico de regiones y superficies en el plano y el espacio a partir de una ecuación.



FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES

Universidad Nacional de La Pampa

## **CORRESPONDE AL ANEXO I DE LA RESOLUCIÓN N° 95/19**

Además, se estudia la interpretación geométrica de las derivadas parciales y direccionales y las integrales dobles y triples, herramienta fundamental para un profesor a la hora de introducir estos conceptos, y reforzar definiciones previas como la derivada de una función de una variable, o una integral simple.

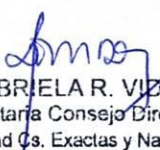
La variedad de herramientas que se abordan para resolver una tarea hace que el estudiante pueda decidir cuál es la más adecuada, en base a los datos disponibles y la experiencia que obtiene.


Más allá de los contenidos específicos, que complementan con el curso de Análisis Matemático I la formación matemática del estudiante, la asignatura forma una manera de pensar situaciones problemáticas específicas, tanto prácticas como aquellas puramente matemáticas.

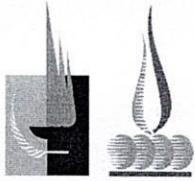
### **OBJETIVOS Y/O ALCANCES DE LA ASIGNATURA:**

Se pretende que los estudiantes

- interpreten los conceptos necesarios para la resolución de situaciones problemáticas que involucran funciones de varias variables;
- comprendan las principales nociones del análisis matemático en varias variables y puedan interpretarlas geoméricamente cuando sea posible;
- utilicen los conceptos matemáticos definidos en la resolución de situaciones problemáticas en distintos contextos;
- reconozcan las diversas aplicaciones del cálculo vectorial, y resuelvan situaciones que requieran sus herramientas.

  
GABRIELA R. VIZOZ  
Secretaria Consejo Directivo  
Facultad Cs. Exactas y Naturales

  
Mg. María Eva ASCHERI  
PRESIDENTE CONSEJO DIRECTIVO  
Fac. Cs. Exactas y Naturales  
Universidad Nacional de La Pampa



FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES

Universidad Nacional de La Pampa

## **CORRESPONDE AL ANEXO II DE LA RESOLUCIÓN N° 95/19**

### **ANEXO II**

**ASIGNATURA: Análisis Matemático II**

**CICLO LECTIVO: 2019**

### **PROGRAMA ANALÍTICO**

#### **Unidad 1: Funciones de varias variables**

Espacio euclideo  $\mathbb{R}^n$ . Elementos de topología en  $\mathbb{R}^n$ : distancia, entorno, conjuntos abiertos y cerrados, frontera de un conjunto, conjuntos acotados. Superficies en  $\mathbb{R}^n$ . Geometría de las funciones de varias variables. Dominio. Rango/imagen. Conjuntos de nivel.

#### **Unidad 2: Límite y continuidad**

Límite de funciones definidas de  $\mathbb{R}^n$  a  $\mathbb{R}^m$ . Límite de campos escalares. Propiedades de límites. Límites sucesivos o iterados. Continuidad de campos escalares. Propiedades de las funciones continuas. Operaciones con funciones continuas. Teoremas relativos a funciones continuas.

#### **Unidad 3: Derivada / Diferenciación**

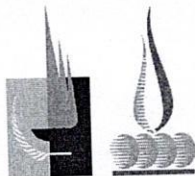
Derivadas parciales. Derivadas parciales de funciones de  $\mathbb{R}^2$  a  $\mathbb{R}$  y su interpretación geométrica. Derivada direccional y su interpretación geométrica. Teorema del valor medio. Diferenciabilidad. Álgebra de funciones diferenciables. Gradiente. Vector y recta normal. Plano tangente. Derivadas parciales de orden superior. Teorema de Schwarz (o Clairaut). Funciones de clase  $C^k$ .

#### **Unidad 4: Regla de la cadena**

Composición de funciones. Regla de la cadena. Ortogonalidad entre gradiente y conjunto de nivel. Derivadas de orden superior de funciones compuestas. Generalización de la regla de la cadena. Matriz Jacobiana. Funciones implícitas. Plano tangente y recta normal a superficies expresadas en forma implícita. Funciones implícitas dadas por un sistema de ecuaciones. Funciones inversas.

#### **Unidad 5: Fórmula de Taylor y extremos**

Fórmula de Taylor. Extremos relativos de campos escalares. Condiciones necesarias y suficientes para la existencia de extremos relativos. Clasificación de puntos de una superficie. Extremos condicionados. Multiplicadores de Lagrange.



FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES

Universidad Nacional de La Pampa

## CORRESPONDE AL ANEXO II DE LA RESOLUCIÓN N° 95/19

Condiciones suficientes para la existencia de extremos condicionados. Extremos absolutos en regiones compactas. Teorema de los valores extremos.

### **Unidad 6: Integrales múltiples**

Integral doble de una función acotada sobre un rectángulo. Condición de integrabilidad de Riemann. La integral doble como sumas de Riemann. Propiedades de la integral doble. Integrales iteradas. Teorema de Fubini. Integración sobre conjuntos acotados más generales. Cambio del orden de integración. Teorema del valor medio para integrales dobles. Cambio de variables. Aplicaciones de la integral doble. Integrales triples. Integral triple de Riemann. Cambios de variable en integrales triples. Aplicaciones. Integrales  $n$ -múltiples.

### **Unidad 7: Funciones y campos vectoriales.**

Caminos en  $\mathbb{R}^n$ . Diferenciabilidad. Curvas regulares. Reparametrización. Longitud de un camino. Reparametrización por longitud de arco. Campo vectorial. Gradiente como operador sobre un campo vectorial. Divergencia. Rotor.

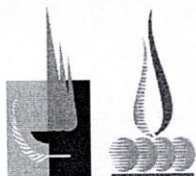
### **Unidad 8: Integrales de línea e integrales de superficie**

Integrales de línea: definición y propiedades. Independencia de la trayectoria. Campos conservativos y funciones potenciales. Integrales de línea respecto a la longitud de arco. Aplicaciones. Teorema de Green. Cálculo de área mediante integrales de línea.

Integrales de superficies de funciones reales. Aplicaciones: valor medio de una función definida sobre una superficie. Integrales de superficie de campos vectoriales. Teoremas integrales del cálculo vectorial: Teorema de la divergencia y Teorema de Stokes.

GABRIELA R. VIDOZ  
Secretaría Consejo Directivo  
Facultad Cs. Exactas y Naturales

Mg. María Eva ASCHERI  
PRESIDENTE CONSEJO DIRECTIVO  
Fac. Cs. Exactas y Naturales  
Universidad Nacional de La Pampa



FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES

Universidad Nacional de La Pampa

## CORRESPONDE AL ANEXO III DE LA RESOLUCIÓN N° 95/19


### ANEXO III

ASIGNATURA: Análisis Matemático II

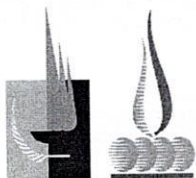
CICLO LECTIVO: 2019

### BIBLIOGRAFÍA

1. Apóstol, T. *Calculus*, Vol. I y II. Ed. Reverté, 1982.
2. Leithold, L. *El Cálculo*. Séptima Edición. Oxford University Press, 1998.
3. Marsden, J., Tromba, A. *Cálculo Vectorial*. Addison-Wesley Iberoamericana, 1991.
4. Pita Ruiz, C. *Cálculo Vectorial*. Prentice Hall Hispanoamericana, 1995.
5. Stewart, J. *Cálculo de Varias Variables. Trascendentes tempranas*. Séptima Edición. Cengage Learning, 2012.
6. Susan Jane Colley, *Vector Calculus*. Fourth Edition. Pearson Education Inc., 2012.

  
GABRIELA R. VIDOZ  
Secretaría Consejo Directivo  
Facultad Cs. Exactas y Naturales

  
Mg. María Eva ASCHERI  
PRESIDENTE CONSEJO DIRECTIVO  
Fac. Cs. Exactas y Naturales  
Universidad Nacional de La Pampa



FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES

Universidad Nacional de La Pampa

## **CORRESPONDE AL ANEXO IV DE LA RESOLUCIÓN N° 95/19**

### **ANEXO IV**

**ASIGNATURA: Análisis Matemático II**

**CICLO LECTIVO: 2019**

#### **PROGRAMA DE TRABAJOS PRÁCTICOS**

Los Trabajos Prácticos consisten en una selección de ejercicios de naturaleza teórico-práctica cuya resolución requiere la manipulación de conocimientos específicos sobre análisis y cálculo en varias variables.

Se pretende que el estudiante logre reconocer y aplicar las herramientas desarrolladas en la asignatura, así como identificar cuáles son las técnicas más convenientes para cada situación.

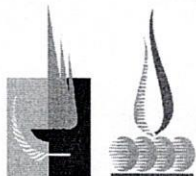
El TP1 pretende introducir al estudiante en el espacio euclídeo  $\mathbb{R}^n$ , y los conjuntos en él, las funciones de varias variables (escalares y vectoriales) y ampliar la idea de continuidad a dichas funciones. En los TP2 y TP3 el estudiante utilizará los conceptos aprendidos sobre análisis diferencial en varias variables, como la interpretación geométrica de alguno de ellos, para diversas situaciones problemáticas de carácter práctico y teórico. El TP4 se encarga de ejercitar el cálculo de integrales dobles y triples, como su utilización para resolver problemas prácticos. Finalmente, el TP5 y TP6 se enfocan en el cálculo vectorial, y los teoremas que relacionan a las integrales de línea con las integrales dobles y triples, finalizando con una serie de ejercicios donde el alumno debe decidir y elegir la manera más adecuada de resolución.

#### **Trabajo Práctico N° 1: Funciones de varias variables. Límite y continuidad**

Cálculo de distancia en  $\mathbb{R}^n$ . Entornos en  $\mathbb{R}^n$ . Clasificación de conjuntos en  $\mathbb{R}^n$ . Gráfico de superficies en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$ . Dominio, rango/imagen y conjuntos de nivel para funciones de varias variables. Cálculo de límites de funciones escalares y vectoriales. Continuidad. Operaciones con funciones continuas.

#### **Trabajo Práctico N° 2: Derivada / Diferenciación**

Cálculo de derivadas parciales. Derivadas direccionales. Diferenciabilidad de funciones. Interpretación geométrica del gradiente, relación con las derivadas direccionales de funciones diferenciables. Derivada direccional máxima y mínima. Plano tangente y recta normal. Derivadas de orden superior.



FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES

Universidad Nacional de La Pampa

## **CORRESPONDE AL ANEXO IV DE LA RESOLUCIÓN N° 95/19**

### **Trabajo Práctico N° 3: Regla de la cadena. Fórmula de Taylor y extremos**

Aplicación de la regla de la cadena. Cálculo de la matriz Jacobiana. Funciones implícitas. Plano tangente y recta normal a superficies expresadas en forma implícita. Funciones inversas.

Aproximación del valor de una función utilizando la fórmula de Taylor. Cálculo de extremos relativos de campos escalares. Clasificación de puntos de una superficie. Cálculo de extremos condicionados mediante parametrización y multiplicadores de Lagrange. Cálculo de extremos absolutos. Situaciones de aplicación.

### **Trabajo Práctico N° 4: Integrales múltiples**

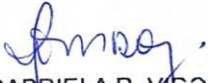
Identificación de regiones simples. Cálculo de integrales múltiples por iteración. Cambio en el orden de integración. Aplicación de cambio de variable. Aplicaciones de las integrales dobles y triples.


### **Trabajo Práctico N° 5: Funciones y campos vectoriales.**

Interpretación de caminos en el plano y el espacio. Reparametrizaciones. Cálculo de la longitud de un camino. Definición y análisis de campos vectoriales. Cálculo de divergencia y rotor.

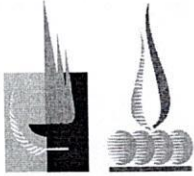
### **Trabajo Práctico N° 6: Integrales de línea e integrales de superficie**

Cálculo de integrales de línea. Identificación de campos conservativos y cálculo de funciones potenciales. Cálculo de integrales de línea respecto a la longitud de arco. Interpretación geométrica. Integrales de línea de campos vectoriales. Aplicaciones del teorema de Green. Integrales de superficie de funciones reales. Integrales de superficie de campos vectoriales. Aplicación del Teorema de la divergencia (Gauss) y el Teorema de Stokes.

  
GABRIELA R. VIDOZ  
Secretaría Consejo Directivo  
Facultad Cs. Exactas y Naturales

  
Mg. María Eva ASCHERI  
PRESIDENTE CONSEJO DIRECTIVO  
Fac. Cs. Exactas y Naturales  
Universidad Nacional de La Pampa





FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES

Universidad Nacional de La Pampa

**CORRESPONDE AL ANEXO V DE LA RESOLUCIÓN Nº 95/19**

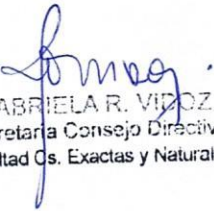
**ANEXO V**


**ASIGNATURA: Análisis Matemático II**

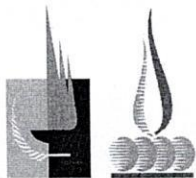
**CICLO LECTIVO: 2019**

**ACTIVIDADES ESPECIALES QUE SE PREVÉN**

No se prevén actividades especiales.

  
GABRIELA R. VIDOZ  
Secretaría Consejo Directivo  
Facultad Cs. Exactas y Naturales

  
Mg. Maria Eva ASCHERI  
PRESIDENTE CONSEJO DIRECTIVO  
Fac. Cs. Exactas y Naturales  
Universidad Nacional de La Pampa



FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES

Universidad Nacional de La Pampa

**CORRESPONDE AL ANEXO VI DE LA RESOLUCIÓN N° 95/19**

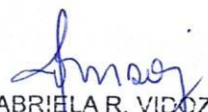
**ANEXO VI**

**ASIGNATURA: Análisis Matemático II**

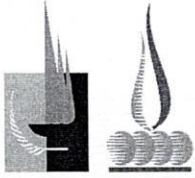
**CICLO LECTIVO: 2019**

**PROGRAMA DE EXAMEN**

Coincide con el Programa Analítico y el Programa de Trabajos Prácticos.

  
GABRIELA R. VIDOZ  
Secretaría Consejo Directivo  
Facultad Cs. Exactas y Naturales

  
Mg. María Eva ASCHERI  
PRESIDENTE CONSEJO DIRECTIVO  
Fac. Cs. Exactas y Naturales  
Universidad Nacional de La Pampa



FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES

Universidad Nacional de La Pampa

## CORRESPONDE AL ANEXO VII DE LA RESOLUCIÓN N° 95/19

### ANEXO VII

**ASIGNATURA: Análisis Matemático II**

**CICLO LECTIVO: 2019**

### METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN U OTROS REQUERIMIENTOS

De acuerdo con lo establecido en la reglamentación vigente (Resolución N° 366/17), para regularizar la asignatura, los estudiantes deben aprobar 2 (dos) exámenes parciales escritos o sus respectivos recuperatorios. En caso de aprobar sólo una de las evaluaciones (parcial o recuperatorio), los estudiantes tendrán la posibilidad de un recuperatorio adicional de la evaluación no aprobada. En la corrección de estos, se tendrá en cuenta el procedimiento realizado por el estudiante para resolver cada situación planteada, que contempla contenidos del programa analítico de la asignatura, como también justificación y utilización del lenguaje matemático apropiado.

Las fechas de los exámenes serán informadas al inicio de la cursada de la actividad curricular junto con la planificación de las distintas actividades.

La modalidad de examen libre responderá a lo establecido en la Resolución N° 495/12.

GABRIELA R. VIDOZ  
Secretaría Consejo Directivo  
Facultad Cs. Exactas y Naturales

Mg. María Eva ASCHERI  
PRESIDENTE CONSEJO DIRECTIVO  
Fac. Cs. Exactas y Naturales  
Universidad Nacional de La Pampa