

## RESOLUCIÓN N° 27

SANTA ROSA, 12 de marzo de 2021.-

### VISTO:

El Expte. N° 646/20, iniciado por la Lic. Marisa REID, s/eleva programa de la asignatura “Espacios Métricos” – Profesorado en Matemática - Plan 2015; y

### CONSIDERANDO:

Que la docente, a cargo de la cátedra “Espacios Métricos”, que se dicta para la carrera Profesorado en Matemática, eleva programa de la citada asignatura para su aprobación a partir del ciclo lectivo 2021.

Que el mismo cuenta con el aval de la Dra. Sonia ACINAS, docente de espacio curricular afín y de la Mesa de Carrera del Profesorado en Matemática.

Que en la sesión ordinaria del día 11 de marzo de 2021, el Consejo Directivo aprobó por unanimidad, el despacho presentado por la Comisión de Enseñanza.

### POR ELLO:

### EL CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES RESUELVE:

**ARTÍCULO 1º:** Aprobar el Programa de la asignatura “Espacios Métricos” correspondiente a la carrera Profesorado en Matemática (Plan 2015), a partir del ciclo lectivo 2021, que como Anexos I, II, III, IV, V, VI y VII forma parte de la presente Resolución.

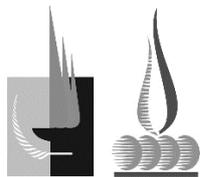
**ARTÍCULO 2º:** Regístrese, comuníquese. Pase a conocimiento de Secretaría Académica, Departamento de Asuntos Estudiantiles, Departamento de Matemática, de la Lic. Marisa REID y del CENUP. Cumplido, archívese.



GABRIELA R. VIDOZ  
Secretaría Consejo Directivo  
Facultad Cs. Exactas y Naturales

Firmado  
digitalmente  
por Gabriela R.  
Vidoz  
Fecha:  
2021.03.12  
10:51:19 -03'00'

Mg. María Eva ASCHERI  
PRESIDENTE CONSEJO DIRECTIVO  
Fac. Cs. Exactas y Naturales  
Universidad Nacional de La Pampa



FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES

Universidad Nacional de La Pampa

CORRESPONDE AL ANEXO I DE LA RESOLUCIÓN N° 27/2021

## **ANEXO I**

### **DEPARTAMENTO:**

Matemática

### **ACTIVIDAD CURRICULAR:**

Espacios Métricos

**CARRERA-PLAN/ES:** Profesorado en Matemática (Plan 2015)

**CURSO:** Cuarto Año

**RÉGIMEN:** Segundo cuatrimestre

**CARGA HORARIA SEMANAL:** 8

**Teóricos:** 4

**Prácticos:** 4

**CARGA HORARIA TOTAL:** 120

**CICLO LECTIVO:** 2021

### **EQUIPO DOCENTE:**

Marisa Reid, Profesor Adjunto, Exclusivo, Interino.

Laura Wagner, Jefe de Trabajos Prácticos, Simple, Interino.

### **FUNDAMENTACIÓN:**

Los espacios métricos constituyen el fundamento indispensable para un estudio serio y riguroso del Análisis Matemático. La asignatura recoge los principales conocimientos que es necesario poseer para estar en condiciones de seguir posteriormente un curso de Análisis Matemático y de Análisis Funcional elemental.

El concepto de espacio métrico fue introducido por el matemático M.R. Fréchet en 1906 y probó que las ideas de Cantor de subconjuntos abiertos y cerrados podían extenderse de manera natural a los espacios métricos.

La teoría de los espacios métricos es el fundamento indispensable para un estudio serio y riguroso del Análisis Matemático y puede presentarse en forma de una hermosa teoría accesible a la intuición geométrica. La topología es una rama de la Geometría Proyectiva, una geometría no euclídeana donde interesan más las cualidades de las figuras que las cantidades.



## CORRESPONDE AL ANEXO I DE LA RESOLUCIÓN N° 27/2021

Para la topología es lo mismo una rosquilla que un disco de Juan Sebastián Bach, los anteojos de Einstein que una cacerola de dos asas, ya que un objeto se puede transformar en otro por deformaciones sucesivas. La topología resuelve problemas, entre otros, tales como:

¿Con cuántos colores mínimos se ha de pintar un mapa?

¿Cómo salir de un laberinto?

¿Cómo se relacionan las caras, aristas y vértices de poliedros convexos?

¿Existen superficies unilaterales?

¿Por qué para un topólogo no existe diferencia entre una rosquilla y una taza de té?

¿El hombre y su imagen proyectada en un espejo deformante son topológicamente iguales?

En esta asignatura, se trata de dar una introducción a la topología a través de la teoría de espacios métricos, que generalizan las propiedades de los espacios euclídeos, en los que se puede “medir” la distancia entre dos puntos. Esto es, generalizando la interpretación de los números reales como un conjunto en el que se ha definido la distancia entre sus elementos, se llega al concepto de espacios métricos, una de las nociones más importantes de la matemática moderna. La generalidad de los espacios métricos, cuyos resultados fundamentales se ven en topología, basta para la mayoría de las aplicaciones más importantes. El propósito de esta asignatura es ofrecer una presentación accesible de los conceptos fundamentales de topología y se pone gran interés en presentar la asignatura desde el punto de vista de su aplicación al Análisis y otras ramas de la matemática. La topología trabaja con conceptos más generales que el Análisis. Por consiguiente, con la topología se pueden estudiar problemas que el Análisis no puede resolver. La topología, que es un poderoso instrumento para el Análisis Funcional y para varias ramas del Análisis Clásico que, a su vez, está conectado, por sus aplicaciones, con la Matemática Aplicada e Informática y con las Ciencias Naturales, hace uso de los métodos del Álgebra y de la Teoría de Conjuntos, y del Análisis Real.

### **OBJETIVOS Y/O ALCANCES DE LA ASIGNATURA:**

Se espera que el/la estudiante pueda:

- Comprender y usar con fluidez los conceptos topológicos básicos derivados de la noción de distancia, así como los conceptos de completitud, separabilidad y compacidad y sus consecuencias, además de reconocer espacios con esas propiedades.
- Dominar la noción de continuidad de funciones y relacionarla con los demás conceptos.



## CORRESPONDE AL ANEXO I DE LA RESOLUCIÓN N° 27/2021

- Resolver problemas en los que intervienen los conceptos estudiados y ser capaces de expresar con rigor, los razonamientos que intervienen en la resolución.
- Utilizar los conocimientos obtenidos en otras ramas de la matemática.



GABRIELA R. VIDOZ  
Secretaria Consejo Directivo  
Facultad de Ciencias y Naturales

Firmado digitalmente por Gabriela R. Vidoz  
Fecha: 2021.03.12 10:51:47 -03'00'

Mg. María Eva ASCHERI  
PRESIDENTE CONSEJO DIRECTIVO  
Fac. Cis. Exactas y Naturales  
Universidad Nacional de La Pampa



CORRESPONDE AL ANEXO II DE LA RESOLUCIÓN N° 27/2021

## ANEXO II

**ASIGNATURA/S:** Espacios Métricos

**CICLO LECTIVO:** 2021

### PROGRAMA ANALÍTICO

#### **Unidad 1:**

Elementos de la teoría de conjuntos. Números reales. Extremo superior y extremo inferior. Conjuntos finitos, numerables y no numerables. Nociones básicas de cardinalidad. Conjuntos infinitos y el axioma de elección. El principio del máximo.

Sucesiones numéricas. Límite de una sucesión. Criterio de Cauchy. Sucesiones monótonas. Subsucesiones. Series infinitas. Criterios de convergencia.

#### **Unidad 2:**

Espacios métricos. Definición. Ejemplos. Isometrías. Propiedades. Distancia entre conjuntos. Propiedades. Diámetro de un conjunto. Propiedades. Conjuntos acotados. Propiedades. Hipercubos en  $\mathbb{R}^n$ . Bolas abiertas, bolas cerradas y borde de una bola. Conjuntos totalmente acotados. Propiedades.

#### **Unidad 3:**

Sucesiones en un Espacio Métrico. Propiedades. Límite en el producto cartesiano.

Topología de los Espacios Métricos. Clausura de un conjunto. Propiedades. Punto de acumulación y punto aislado. Derivado de un conjunto. Propiedades. Conjuntos cerrados y conjuntos abiertos. Propiedades. Interior y frontera de un conjunto. Propiedades. Entornos. Propiedades. Conjuntos densos. Propiedades. Conjunto Perfecto. Propiedades. Subespacio de un Espacio Métrico.

#### **Unidad 4:**

Aplicaciones continuas. Teoremas de funciones continuas. Homeomorfismos. Propiedades. Sucesiones de funciones. Convergencia uniforme. Continuidad de funciones en el producto cartesiano. Funciones de varias variables.



## CORRESPONDE AL ANEXO II DE LA RESOLUCIÓN N° 27/2021

### Unidad 5:

Sucesiones de Cauchy en un Espacio Métrico. Espacios Métricos completos. Propiedades. Principio de encaje de Cantor. Conjuntos nunca densos. Propiedades. Teorema de Baire. Espacios métricos separables. Teorema de Lindelöf. Propiedades de los espacios métricos separables. Puntos de condensación. Propiedades. Teorema de Cantor-Bendixon.

### Unidad 6:

Espacios Métricos Compactos. Propiedades. Teorema de Cantor. Teorema de Borel. Teorema de Borel-Lebesgue. Teorema de Riesz. Funciones continuas sobre compactos. Generalización del teorema de Weierstrass y del teorema de Heine. Producto cartesiano de espacio compactos. Conjunto de Cantor. Espacios localmente compactos.



GABRIELA R. VIDOZ  
Secretaria Consejo Directivo  
Facultad Cs. Exactas y Naturales

Firmado  
digitalmente por  
Gabriela R. Vidoz  
Fecha:  
2021.03.12  
10:52:18 -03'00'

Mg. María Eva ASCHERI  
PRESIDENTE CONSEJO DIRECTIVO  
Fac. Cs. Exactas y Naturales  
Universidad Nacional de La Pampa



CORRESPONDE AL ANEXO III DE LA RESOLUCIÓN N° 27/2021

### ANEXO III

**ASIGNATURA/S:** Espacios Métricos

**CICLO LECTIVO:** 2021

### BIBLIOGRAFÍA

La bibliografía citada se refiere a libros clásicos de topología general que estudian también los espacios métricos como casos particulares específicos y a textos sobre espacios métricos. Los libros recomendados para el curso están marcados con (\*), siendo los textos [3], [4], [17] y [19] los que se adaptan perfectamente al contenido de esta asignatura, aunque cualquiera de ellos será un buen libro de consulta.

- [1] Apóstol, T. (1979). Análisis Matemático. Barcelona: Ed. Reverté, S. A.
- [2] Apóstol, T. (1976). Calculus. Volumen 1. Barcelona: Ed. Reverté, S. A.
- [3] (\*) Ascheri, M. E. y Reid, M. (2008). Nociones Previas a la Topología Métrica. Santa Rosa (La Pampa): EdUNLPam.
- [4] (\*) Ascheri, M. E. y Reid, M. (2016). Espacios Métricos. Santa Rosa (La Pampa): EdUNLPam.
- [5] Copson, E. T. (1988). Metric Spaces. New York: Cambridge University Press.
- [6] De Figueiredo, D. (1970). Funções Reais, Serie de Matemática, Monografía N° 10. Washington, D. C.: The Pan American Union.
- [7] (\*) Dieudonné, J. (1976). Fundamentos del Análisis Moderno. Barcelona: Ed. Reverté, S. A.
- [8] Dugundji, J. (1970). Topology. Boston: Allyn and Bacon.
- [9] Flory, G. (1978). Ejercicios de Topología y Análisis. Tomo 1. Barcelona: Reverte.
- [10] Friedman, A. (1971). Advanced Calculus. New York: Holt, Rinehart and Winston, Inc.
- [11] Giles, J. R. (1987). Introduction to the Analysis of Metric Spaces. New York: Cambridge University Press.
- [12] Hocking, J. y Young, J. (1966). Topología. México: Ed. Reverté, S. A.
- [13] Horváth, J. (1975). Introducción a la Topología General, Serie de Matemática, Monografía N° 9. Washington, D. C.: The Pan American Union.



## CORRESPONDE AL ANEXO III DE LA RESOLUCIÓN N° 27/2021

- [14] (\*) Iribarren, I. L. (1973). Topología de Espacios Métricos. México: Limusa Wiley.
- [15] Kaplansky, I. (1977). Set Theory and Metric Spaces. New York: Chelsea Publishing Company.
- [16] Kelley, J. (1962). Topología General. Buenos Aires: EUDEBA.
- [17] (\*) Kolmogorov, A. y Fomin, S. (1975). Elementos de la Teoría de Funciones y del Análisis Funcional. Moscú: Ed. Mir.
- [18] Kumaresan, S. (2005). Topology of Metric Spaces. Harrow: Alpha Science International.
- [19] (\*) Kuratowski, K. (1973). Introducción a la Teoría de Conjuntos y a la Topología. Barcelona, España: Ed. Vicens – Vives.
- [20] (\*) Lima, E. L. (1977). Espaços Métricos. Río de Janeiro: Projeto Euclides, IMPA.
- [21] Lima, E. L. (1982). Curso de Análise. Volumen 1. Río de Janeiro: Projecto Euclides, IMPA.
- [22] Lipschutz, S. (1970). Topología General. México: Ed. Mc Graw – Hill.
- [23] (\*) Michavila, F. (1981). Espacios métricos. Espacios vectoriales normados. Madrid, España: Editorial AC.
- [24] Munkres, J. E. (2002). Topología. Madrid: Prentice Hall.
- [25] Pitts, C.G.C. (1972). Introduction to Metric Spaces. Edinburgh: Oliver and Boyd.
- [26] Reisel, R. B. (1982). Elementary Theory of Metric Spaces. New York: Springer Verlag.
- [27] Rudin, W. (1977). Principios del Análisis Matemático. México: Ed. Mc Graw – Hill.
- [28] (\*) Searcóid, M. O. (2007). Metric Spaces. London: Springer-Verlag.
- [29] Shirali, S. y Vasudeva, H.L. (2006). Metric Spaces. London: Springer-Verlag.
- [30] Sierpinski, W. (2000). General Topology. New York: Dover Publications, Inc.
- [31] Sutherland, W.A. (1975). Introduction to metric and topological spaces. Oxford: Clarendon Press.



GABRIELA VIDOZ  
Escritora Consejo Directivo  
Facultad Cs. Exactas y Naturales

Firmado  
digitalmente por  
Gabriela R. Vidoz  
Fecha:  
2021.03.12  
10:52:45 -03'00'

Mg. María Eva ASCHERI  
PRESIDENTE CONSEJO DIRECTIVO  
Fac. Cs. Exactas y Naturales  
Universidad Nacional de La Pampa



CORRESPONDE AL ANEXO IV DE LA RESOLUCIÓN N° 27/2021

## ANEXO IV

**ASIGNATURA/S:** Espacios Métricos

**CICLO LECTIVO:** 2021

### PROGRAMA DE TRABAJOS PRÁCTICOS:

#### **Trabajo Práctico N° 1: Nociones previas a la Topología Métrica**

En este trabajo práctico se abordarán los contenidos detallados en la Unidad 1 del programa analítico. Al finalizar este trabajo práctico se espera que las/os estudiantes comprendan los conceptos fundamentales de la Teoría de Conjuntos y del Análisis Real.

#### **Trabajo Práctico N° 2: Espacios Métricos.**

En este trabajo práctico se abordarán los contenidos detallados en la Unidad 2 del programa analítico. Al finalizar este trabajo práctico se espera que las/os estudiantes comprendan el concepto de distancia y la estructura de espacio métrico; y que resuelvan los ejercicios propuestos utilizando los conceptos desarrollados en las clases teóricas.

#### **Trabajo Práctico N° 3: Sucesiones en un Espacio Métrico.**

En este trabajo práctico se abordarán algunos contenidos detallados en la Unidad 3 del programa analítico. Se espera que las/os estudiantes apliquen el concepto de convergencia de sucesiones en un espacio métrico y deduzcan importantes propiedades con las que se ha de tratar en las restantes unidades del programa.

#### **Trabajo Práctico N° 4: Topología de los Espacios Métricos. Subespacio de un Espacio Métrico.**

En este trabajo práctico se abordarán algunos contenidos detallados en la Unidad 3 del programa analítico. Se espera que las/os estudiantes conozcan y manejen con soltura los conceptos topológicos asociados a los espacios métricos como son ciertos tipos de subconjuntos, que puedan hallar los subconjuntos notables relativos a un conjunto dado y conozcan sus propiedades.

## CORRESPONDE AL ANEXO IV DE LA RESOLUCIÓN N° 27/2021

### Trabajo Práctico N° 5: Aplicaciones Continuas. Homeomorfismos.

En este trabajo práctico se abordarán los contenidos detallados en la Unidad 4 del programa analítico. Se espera que las/os estudiantes conozcan el concepto de continuidad de funciones y homeomorfismos entre espacios métricos y establezcan relaciones entre las aplicaciones continuas, homeomorfismos y las propiedades de los conjuntos.

### Trabajo Práctico N° 6: Sucesiones de Cauchy. Espacios Métricos Completos. Espacios Métricos Separables.

En este trabajo práctico se abordarán los contenidos detallados en la Unidad 5 del programa analítico. Se espera que las/os estudiantes comprendan los conceptos de completitud y separabilidad y conozcan las propiedades más sencillas de estas clases especiales de espacios métricos.

### Trabajo Práctico N° 7: Espacios Métricos Compactos.

Los contenidos abordados en este trabajo práctico corresponden a la Unidad 6 del programa analítico. El objetivo de este trabajo práctico es que las/os estudiantes manejen el concepto de espacio compacto y sus propiedades topológicas. Esto requiere un estudio cuidadoso de este tipo de espacios que deriva en una serie de teoremas fundamentales que constituyen los resultados más notables de la teoría de los espacios métricos compactos.



GABRIELA R. VIDOZ  
Secretaría Consejo Directivo  
Facultad Cs. Exactas y Naturales

Firmado  
digitalmente  
por Gabriela R.

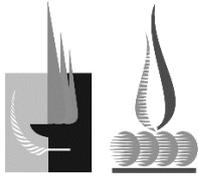
Vidoz

Fecha:

2021.03.12

10:53:08 -03'00'

Mg. María Eva ASCHERI  
PRESIDENTE CONSEJO DIRECTIVO  
Fac. Cs. Exactas y Naturales  
Universidad Nacional de La Pampa



FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES

Universidad Nacional de La Pampa

CORRESPONDE AL ANEXO V DE LA RESOLUCIÓN N° 27/2021

## ANEXO V

**ASIGNATURA/S:** Espacios Métricos

**CICLO LECTIVO:** 2021

### ACTIVIDADES ESPECIALES QUE SE PREVÉN

No se prevén actividades especiales.

GABRIELA R. VIDOZ  
Secretaría Consejo Directivo  
Facultad Cs. Exactas y Naturales

Firmado  
digitalmente  
por Gabriela R.  
Vidoz  
Fecha:  
2021.03.12  
10:53:30 -03'00'

Mg. María Eva ASCHERI  
PRESIDENTE CONSEJO DIRECTIVO  
Fac. Cs. Exactas y Naturales  
Universidad Nacional de La Pampa



CORRESPONDE AL ANEXO VI DE LA RESOLUCIÓN N° 27/2021

## ANEXO VI

**ASIGNATURA/S:** Espacios Métricos

**CICLO LECTIVO:** 2021

## PROGRAMA DE EXAMEN

Coincide con el Programa analítico de la asignatura y con la guía de trabajos prácticos.



GABRIELA R. VIDOZ  
Secretaría Consejo Directivo  
Facultad Cs. Exactas y Naturales

Firmado  
digitalmente  
por Gabriela R.  
Vidoz  
Fecha:  
2021.03.12  
10:53:53 -03'00'

Mg. María Eva ASCHERI  
PRESIDENTE CONSEJO DIRECTIVO  
Fac. Cs. Exactas y Naturales  
Universidad Nacional de La Pampa



FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES

Universidad Nacional de La Pampa

CORRESPONDE AL ANEXO VII DE LA RESOLUCIÓN N° 27/2021

## ANEXO VII

**ASIGNATURA/S:** Espacios Métricos

**CICLO LECTIVO:** 2021

### METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN Y/O OTROS REQUERIMIENTOS

De acuerdo con lo establecido en la reglamentación vigente (Resolución N° 366/17), para regularizar la asignatura, las/os estudiantes deben aprobar 2(dos) evaluaciones parciales escritas o sus respectivos recuperatorios. Si sólo aprobó una de las evaluaciones (parcial o recuperatorio) tendrá la posibilidad de un recuperatorio adicional de la evaluación no aprobada.

Las fechas de estos serán informadas al inicio de la cursada de la actividad curricular, junto con la planificación de las distintas actividades.

La modalidad de examen libre responderá a lo establecido en la Resolución N° 495/12.



GABRIELA R. VIDOZ  
Secretaría Consejo Directivo  
Facultad Cs. Exactas y Naturales

Firmado  
digitalmente por  
Gabriela R. Vidoz

Fecha:  
2021.03.12  
10:54:17 -03'00'

Mg. María Eva ASCHERI  
PRESIDENTE CONSEJO DIRECTIVO  
Fac. Cs. Exactas y Naturales  
Universidad Nacional de La Pampa